

**Министерство образования и науки республики Татарстан  
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
«Верхнеуслонская гимназия им. Зиннурова Н.Ш.»**

Принято на заседании  
педагогического совета  
Протокол № 1  
От «19» 08 2022г.

Утверждено  
приказом директора  
МБОУ «Верхнеуслонская  
гимназия им. Зиннурова  
Н.Ш.»  
№ 18-0 от 09.08 2022  
З.Г. Айзатвафина



**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ  
ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА  
«Логические игры»**

*Направленность: естественнонаучная*

*Возраст обучающихся: 11-15 лет*

*Срок реализации: 5 лет*

**Автор-составитель:**  
Шпак Елена Вячеславовна,  
учитель математики  
МБОУ «Верхнеуслонская гимназия им. Зиннурова Н.Ш.»

Верхний Услон, 2022

Раздел № 1 «Комплекс основных характеристик Программы»:

- 1.1. Пояснительная записка (характеристика).....
- 1.2. Цель и задачи Программы.....
- 1.3. Содержание программы.....
- 1.4. Планируемые результаты.....

Раздел № 2 «Комплекс организационно-педагогических условий»

- 2.1. Календарный учебный график.....
- 2.2. Формы аттестации, оценочные материалы.....
- 2.3. Условия реализации Программы: материально-технические, учебнометодические, информационные, кадровые, методические материалы.....
- 2.4. Список литературы (для педагога, детей, родителей).....
- 2.5. Приложения к Программе.....

Рабочие программы курсов, предметов, модулей, дисциплин; календарно-тематические, репертуарные планы и др.

### **1.1. Пояснительная записка Актуальность.**

В Концепции развития математического образования Российской Федерации отмечено, что «на протяжении многих лет неуклонно деградировали многие традиционные формы работы со способными ребятами (факультативы, кружки, школы при вузах)». Одновременно происходит изменение отношения учащихся к математике. Наблюдается снижение популярности математики среди школьников, о чем свидетельствуют беседы с учащимися и учителями, а также низкие конкурсы в вузы с вступительными экзаменами по математике и зачастую невысокие результаты последних. В то время как основы высокого уровня освоения предмета закладываются именно в школьные годы: на уроках, математических кружках и различных математических мероприятиях. Математическое образование вносит определенный вклад в развитие личности, способствует формированию логического мышления, пониманию изящества и красоты математических рассуждений. В ходе изучения математических дисциплин развивается пространственное мышление и воображение, выстраивается структура доказательства того или иного математического факта. Несмотря на многочисленную пользу математики, интерес к ней у учащихся проявляется, как правило, в 11-17 лет. Поэтому важно именно на этапах 5-11 классов, а возможно и раньше, пробудить интерес к математике, суметь развить его и удержать.

Основная идея математического кружка заключается в поддержании у ребят интереса к математике, а также в том, чтобы помочь понять и разглядеть математическую красоту в задачах талантливым ребятам, которые имеют некоторые трудности в освоении математических дисциплин. Краткое обоснование направленности, уровня реализации Программы. Программа принадлежит к естественно-научной направленности. Отличительные особенности и педагогическая целесообразность Программы. Специфика предполагаемой деятельности детей в рамках данной программы по сравнению с имеющимися: каждое занятие проходит по системе «листочков», за счет чего происходит обучение через решение задач. Каждый ребенок, решая задачу, будет совершать для себя небольшое открытие. При этом на занятии не обязательно решать абсолютно все задачи с листка, ведь для ребенка ценнее тот факт, до которого он дошел сам. Нерешенные задачи становятся «домашней работой» или переносятся на следующее занятие. Ключевые задачи

разбираются и обсуждаются совместно. Еще одной отличительной особенностью является обучение в малых группах. Согласно общеизвестным традициям математического движения, в группе на 12 человек, как правило, для приема задач предполагается 1 педагог. При большем количестве учащихся (но не более 15 человек) у педагога могут быть помощники: учащиеся математического кружка старшего года обучения. Педагогическая целесообразность программы обусловлена возможностью приобщения учащихся к лучшим традициям математического кружкового движения, что способствует формированию и развитию творческих способностей учащихся. Кроме того, реализация Программы позволяет выявлять, развивать и поддерживать талантливых учащихся, а также лиц, проявивших выдающиеся способности. Для таких учащихся предусматриваются индивидуальные маршруты в рамках Программы.

### **Адресат Программы.**

Программа рассчитана на обучающихся гимназии 11-15 лет (5-9 классы). Группы формируются в соответствии с возрастом детей, допускается смешанный состав групп, исходя из индивидуальных особенностей обучающихся. Наполняемость групп определяется годом обучения: 1 и 2 год обучения – не менее 8 человек; 3, 4 и 5 год обучения – не менее 5 человек. С учетом входной диагностики, личных достижений учащихся и расписания в основной школе по сменам в начале каждого года обучения группы детей формируются из ребят «смешанного» состава.

### **Объем и срок освоения Программы.**

Программа рассчитана на пять лет.

Общее количество 544 часа.

Этапы образовательного процесса

1 год обучения: 68 часов;

2 год обучения: 68 часов;

3 год обучения: 136 часов;

4 год обучения: 136 часов;

5 год обучения: 136 часов.

### **Режим занятий, периодичность и продолжительность занятий.**

Занятия для групп 1 и 2 годов обучения проходят 1 раз в неделю, продолжительность занятия 2 академических часа (по 40 минут) с перерывом 10 минут. Занятия для групп 3, 4 и 5 годов обучения проходят 2 раза в неделю, продолжительность каждого занятия 2 академических часа (по 40 минут) с перерывом 10 минут. Формы реализации Программы. Для реализации цели и задач программы используется очная форма, с применением дистанционных образовательных технологий.

## **Формы организации образовательного процесса.**

Возможные формы организации деятельности учащихся на занятии: групповая, индивидуально-групповая, индивидуальная. С учетом возрастных особенностей учащихся на каждом занятии будут чередоваться темы из содержания курса. Это связано с тем, что ребята устают от однотипной деятельности. Поэтому общая структура занятия выглядит следующим образом: – каждый «листок» содержит задачи на внимание, смекалку; – изучение нового материала, совместное решение задач; – включение задачи геометрического характера; – самостоятельное решение задач и их устная сдача. Домашнее задание – готовые тексты нестандартных задач из различных источников, более успешным ребятам – индивидуальные задания. Кроме того, после каждого большого тематического блока планируются игровые занятия. На таких занятиях предусмотрены увлекательные математические игры, в которых ребята самостоятельно решают задачи, либо решают задачи в команде. Такой вид занятий позволит поддерживать интерес у ребят к изучаемым темам, готовиться к различным математическим мероприятиям (муниципального уровня и выше), а также позволит педагогу проводить мониторинг изменений в способности ребят решать нестандартные задачи. На протяжении всего учебного года предусмотрены специальные занятия, на которых подробно разбираются типичные ошибки и анализируется решение. Такие занятия носят названия «разбор задач». В течение учебного года возможны экскурсии и тематические встречи с представителями математических направлений и смежных отраслей.

## **1.2. Цель и задачи Программы**

Реализация программы математического кружка направлена на достижение следующей цели: создание условий для формирования математической грамотности, развития логического и пространственного мышления, мотивации обучающихся к углубленному изучению математики. Для достижения поставленной цели можно выделить ключевые задачи: – личностные: сформировать умения понимать прочитанное, решать поставленные задачи, работать в команде; развить способности четко и грамотно формулировать ход своих рассуждений. – метапредметные: развить способности критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций; искать и находить обобщенные способы решения задач; способствовать развитию научнотехнического творчества. – предметные: рассмотреть задачи вводного характера; изучить логику перебора в задачах; научиться строить примеры и контрпримеры; познакомиться с классическими задачами на взвешивание и переливания, с понятием «инварианта» и специальными математическими методами (принцип Дирихле, принцип крайнего, метод математической индукции и др.); изучить интересные геометрические конструкции, основы комбинаторики, теории графов

и теории чисел (делимость и остатки), а также научиться применять их к решению нестандартных задач.

### 1.3. Содержание Программы

Содержание учебно-тематического плана

**1. Вводное занятие.** Теория. Знакомство с форматом работы кружка, с ключевыми тематическими блоками. Инструкция по ТБ.

Практика. Входная диагностика.

**2. Ребусы и шифры.**

Теория. Числовой ребус - это такое буквенное выражение, в котором буквы заменяют цифры. Например, РЕШИ + ЕСЛИ = СИЛЕН. Причем разным буквам соответствуют разные цифры, а одинаковым буквам - одинаковые. А если заменить каждую букву в письме на её порядковый номер в алфавите, получится шифр. Существуют и другие способы шифрования информации, многие из них лежат в основе такой науки как криптография.

Практика.

1 г. о.: Решение числовых ребусов. Шифры.

2 г. о.: Частотный анализ. Составление шифра или разгадывание его.

3 г. о.: Шифр Цезаря. Разные шифры.

4 г. о.: Лингвистические задачи. Первые шаги в криптографии.

5 г. о.: Зашифрованные тексты. Процесс дешифрования.

**3. Простейшие алгебраические модели.**

Теория. К простейшим алгебраическим моделям относятся уравнения, неравенства и их системы. С числовыми равенствами и неравенствами учащиеся знакомятся еще в начальной школе. На занятиях рассматриваются их графические интерпретации и применение к решению задач. С решением систем линейных уравнений и неравенств учащиеся встречаются в 7-8 классе. В 9-ом классе на занятиях используются основные модели из школьной математики и рассматривается их применение к решению нестандартных задач. Особое внимание уделяется конструкциям с модулем.

Практика.

1 г. о.: Текстовые задачи на части, обмен. Сравнение объектов между собой.

2 г. о.: Текстовые задачи про возраст. Задачи на сравнения чисел.

3 г. о.: Линейные уравнения. Преобразования выражений. Задачи на проценты. Декартова система координат.

4 г. о.: Применение формул сокращенного умножения при решении уравнений и неравенств. Разложение на множители. Квадратные уравнение.

5 г. о.: Деление многочленов. «Телескопический» эффект в уравнениях и неравенствах. Поиск геометрического места точек на плоскости, заданного неравенством. Конструкции с модулем.

#### 4. Логические задачи.

Теория. Логические задачи могут решаться перебором вариантов, использованием иллюстраций – таблиц или схем. Трудность задач нарастает в каждом классе за счет увеличения количества данных и сложности соответствия между множествами.

Практика.

1 г. о.: Понятие высказывания. Логическое отрицание.

2 г. о.: Истинные и ложные высказывания. Знакомство с островом рыцарей и лжецов.

3 г. о.: Задачи про рыцарей, лжецов, туристов и «перевертышей». Построение алгоритмов, примеров и контрпримеров.

4 г. о.: Применение формулы включений-исключений. Методы перехода к дополнению множества.

5 г. о.: Задачи про турниры. Элементы логики. Законы де Моргана.

#### 5. Множества и соответствия

Теория. Понятие множества. Пересечение, объединение и разность множеств  
Практика.

1 г. о.: Множества как способ изображения информации.

2 г. о.: Диаграммы Эйлера-Венна. Пересечение. Объединение.

3 г. о.: Соответствие между множествами. Действия над множествами.

4 г. о.: Взаимно-однозначное соответствие. Декартова система координат.

5 г. о.: Преобразование графиков функций в прямоугольной системе координат.

## **6. Раскраска.**

Теория. Иногда решить математическую задачу можно, раскрасив некоторые ее элементы в различные цвета.

Практика

1 г. о.: Шахматная раскраска.

2 г. о.: Применение раскраски к задачам на чередование.

3 г. о.: Многоцветная раскраска. Симметричная раскраска.

4 г. о.: Вертикальная раскраска. Целочисленные решетки.

5 г. о.: Оценки в задачах на раскраски

## **7. Разрезания и конгруэнтность.**

Теория. Разрезать исходную фигуру на равные фигуры. Знакомство с конгруэнтными фигурами (фигуры одинаковые по форме и по площади).

Практика.

1 г. о.: Разрезания (разрезать исходную фигуру на несколько равных частей).

2 г. о.: Разрезание и составление плоских и объемных фигур.

3 г. о.: Конгруэнтность фигур.

4 г. о.: Площади сложных фигур.

5 г. о.: Задачи на перекладывание площадей.

## **8. Взвешивания и переливания.**

Теория. Как найти самую легкую монету, при этом сделать как можно меньше взвешиваний? Как перелить из одного сосуда в другой, выполнив при этом указанные условия? Для решения задач этого раздела учащиеся продумывают действия на несколько шагов вперед, оценивают возможный результат, выбирают лучший вариант. Практика.

1 г. о.: Перебор в задачах на взвешивание и переливание.

2 г. о.: Задачи на переливание. Алгоритмы решения.

3 г. о.: «Метод бильярда» решения задач на взвешивания и переливания.

4 г. о.: Оценка в задачах на взвешивания.



5 г. о.: Применение различных приемов к решению задач на взвешивания и переливания.

### **9. Инвариант.**

Теория. Инвариантом в математике называется объект (конструкция, процесс), который остается неизменным при изменении исходных условий. Примером инварианта является понятие четности. Основной трудностью в задачах такого вида является выбор величины, имеющей свойства инварианта. Чаще всего эту величину необходимо придумать.

Практика

1 г. о.: Магические квадраты (квадрат называется «магическим», если в нем суммы чисел строк, столбцов и диагоналей равны). Поиск других «магических» конструкций. Четность.

2 г. о.: Понятие чередования. Разбиение на группы. Свойства четных и нечетных чисел.

3 г. о.: Понятие инварианта и полуинварианта. Четность суммы и произведения.

4 г. о.: Инвариант-остаток. Инвариант-раскраска.

5г.о.: Применение различных приёмов при решении задач на инвариант и полуинвариант.

### **10. Геометрические задачи.**

Теория. Упражнения геометрического содержания, как правило, вызывают повышенный интерес у детей, оживляют работу на занятии, способствуют развитию их познавательных способностей. На занятиях любого года обучения можно применять геометрические головоломки на разных уровнях сложности: танграм, тетрамино, пентамино, полимино.

Практика.

1 г. о.: Геометрические головоломки. Квадраты и прямоугольники. Кубики. Интересные фигуры на плоскости.

2 г. о.: Геометрические головоломки. Периметры фигур. Площади сложных фигур.

3 г. о.: Геометрические головоломки. Неравенство треугольника. Углы в треугольнике.

Решение геометрических задач.

4 г. о.: Геометрические головоломки. Биссектриса и медиана в треугольнике. Построения циркулем и линейкой.

5 г. о.: Геометрические головоломки. Геометрические парадоксы. Задача о восточном паркете. Многогранники, развертки, паркеты и замощения.

### **10. Комбинаторика.**

Теория. Классические задачи на знакомство и применение правил суммы и произведения. Нахождение необходимых конструкций и подсчет комбинаций, удовлетворяющих условию задачи. Понятие факториала. Сочетания, размещения, перестановки с повторениями и без. Комбинаторные навыки занимают видное место в кружковой математике. Поэтому на каждом году обучения рассматриваются основные принципы, при этом сложность задач и подход к их решению возрастает.

Практика.

1 г. о.: Правило суммы. Правило произведения. Решение комбинаторных задач.

2 г. о.: Комбинаторные рассуждения. Размещение «гостей». Перестановки.

3 г. о.: Комбинаторные принципы. Размещения без повторений. Сочетания. Перестановки.

4 г. о.: Основные комбинаторные приёмы. Сочетания с повторениями. Размещения с повторениями. Перестановки с повторениями.

5 г. о.: Решение комбинаторных задач. Применение формул комбинаторики к задачам. Элементы статистики и теории вероятностей.

### **12. Графы и их свойства.**

Теория. Графом называется несколько точек (эти точки называются вершинами), соединённых линиями (называемыми рёбрами). Использование графов и их свойств позволяют наглядно изображать решение задачи.

Практика.

1 г. о.: Непрерывные рисунки. Знакомство с понятием графа. Степень вершины графа.

2 г. о.: Понятие дерева. Решение задач с помощью построения графов. Вершины и ребра.

3 г. о.: Виды графов. Полный граф и его свойства. Лемма о рукопожатиях.

4 г. о.: Связные вершины. Компоненты связности. Задача о семи мостах. Эйлеров путь.

5 г. о.: Плоские графы. Теорема Эйлера. Ориентированные графы. Применение различных свойств к решению задач.

### **13. Делимость.**

Теория. Говорят, что одно число делится на другое, если при делении первого на второе остаток от деления равен нулю (второе число при этом называют делителем). Если у числа нет делителей, отличных от единицы, то его называют простым. В противном случае - составным. Рассматриваются признаки делимости чисел.

Практика.

1 г. о.: Основные понятия делимости. Знакомство с простыми числами.

2 г. о.: Разложение числа на простые множители. Основная теорема арифметики.

3 г. о.: Признаки делимости. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное (НОД и НОК). Алгоритм Евклида и его применение к решению уравнений.

4 г. о.: Применение свойств делимости к решению линейных уравнений с двумя переменными. Цепные дроби.

5 г. о.: Решение уравнений в целых числах. Диофантовы уравнения и методы их решения.

### **14. Арифметика остатков.**

Теория. Остатки от деления и действия с ними. Взаимосвязь действий с числами и с их остатками при делении на фиксированное число.

Практика.

- 1 г. о.: Остатки от деления. Перебор остатков. Поиск закономерностей.
- 2 г. о.: Последняя цифра числа. Циклы.
- 3 г. о.: Действия с остатками. Сравнения по модулю. Применение свойств сравнений.
- 4 г. о.: Сравнения по удобному модулю. Теоремы Эйлера и малая теорема Ферма.
- 5 г. о.: Элементы теории чисел. Китайская теорема об остатках.

### **15. Геометрия на клетчатой бумаге.**

Теория. Решение задач геометрического характера на листе «в клеточку», т.е. у объекты в задачах имеют специфическую сетку, либо предполагают, что такую сетку можно ввести.

Практика.

- 1 г. о.: Эксперименты с тетрадным листом.
- 2 г. о.: Сгибы и дырокол. Многогранники и развертки
- 3 г. о.: Периметры, площади сложных фигур.
- 4 г. о.: Решение геометрических задач.
- 5 г. о.: Формула Пика и ее применение.

### **16. Загадочное число «Пи».**

Теория. Тематическое занятие, связанное с празднованием Международного дня числа Пи (традиционно оно отмечается 14 марта. Эта дата соответствует западной календарной системе 3.14., что означает приближенное значение числа Пи).

Практика.

- 1 г. о. - 5 г. о.: Просмотр познавательных видеороликов. Тематическое занятие. Викторина, игра или лекция.

### **17. Специфические методы.**

Теория. Знакомство с идеей решения задач путём «крайнего элемента». Варианты «крайнего элемента»: наибольший, наименьший, самый левый, самый верхний и т. д. Метод решения «оценка + пример». При решении задач, в которых обычно требуется указать, какое наибольшее или наименьшее значение может принимать некоторая величина, необходимо подчеркнуть важность доказательства, что больше или меньше найденного не может быть ни в коем случае, и указать пример, в котором реализуется найденное значение.

Практика.

- 1 г. о.: Принцип «плюс-минус один».
- 2 г. о.: Доказательство от противного.
- 3 г. о.: Знакомство с принципом крайнего. Применение к нестандартным и геометрическим задачам.
- 4 г. о.: Метод «оценка + пример». Нахождение примера. Построение оценки.
- 5 г. о.: Метод математической индукции. Метод математической индукции в геометрии.

**18. Принцип Дирихле.** Теория. Знакомство со знаменитой задачей о клетках и кроликах - принципом Дирихле. Отрабатывается умение правильно определить – где «клетки» и где «кролики». В 7 классе изучается обобщенный принцип Дирихле, и теорема «Если в  $n$  клетках сидит менее  $n(n-1)/2$  кроликов, то найдутся две клетки, в которых сидит одинаковое количество кроликов 17 (может быть, ни одного)». В 8-9 классах рассматривается применение Принципа Дирихле к решению задач в арифметике, алгебре и геометрии.

Практика.

1 г. о.: Знакомство с принципом Дирихле. Поиск «клеток» и «кроликов».

2 г. о.: Решение задач на принцип Дирихле.

3 г. о.: Обобщенный принцип Дирихле.

4 г. о.: Принцип Дирихле в арифметике и алгебре.

5 г. о.: Принцип Дирихле в геометрии.

**19. Средние величины.** Теория. Знакомство с понятиями среднего арифметического, среднего геометрического, среднего гармонического, среднего квадратичного и связи между ними.

Практика.

1 г. о.: Среднее арифметическое чисел.

2 г. о.: Средняя скорость.

3 г. о.: Свойства среднего арифметического. Среднее геометрическое.

4 г. о.: Неравенство Коши-Буняковского. Среднее гармоническое и среднее квадратичное.

5 г. о.: Неравенство о средних. Применение неравенств к решению задач.

**20. Игры и стратегии.** Теория. Математические игры отличаются от обычных тем, что в них можно заранее определить исход игры. В подобных задачах обычно два человека играют по правилам, заданными условиями игры. Вопрос чаще всего таков: кто и как выигрывает при правильной игре? Это означает, что нужно найти такой способ игры для одного из игроков, что независимо от игры другого он выигрывает. Указанный способ игры называют выигрышной стратегией этого игрока. Порой условиями задачи победа одного из игроков не зависит от стратегии. Игра с такими условиями носит название «игры-шутки».

Практика

1 г. о.: Знакомство с понятием «игры». Знакомство с понятием выигрышной стратегии.

2 г. о.: Игры-шутки. Симметричные стратегии.

3 г. о.: Выигрышная позиция. Стратегия дополнения до особой позиции. Разные приемы в играх.

4 г. о.: Не выигрышная стратегия. Стратегия разбиения на пары, группы, фигуры. Разные игры.

5 г. о.: Первый ход. Передача хода. Геометрические игры.

## **21.Игра/олимпиада**

Практика.

Участие в олимпиаде или игре. Решение занимательных и олимпиадных заданий.

## **22.Разбор задач/Разнойой.**

*Разбор задач* – совместное решение задач с прошедших игр/олимпиад/соревнований. *Разнойой* – это подборка задач, не привязанных к определенной теме.

Практика. Совместное решение и разбор наиболее сложных заданий и тех, которые вызвали трудности.

№ п/ п	Название раздела, темы	1 г. о.		2 г. о.		3 г. о.		4 г. о.		5 г. о.	
		Теор ия	Прак тика	Теор ия	Прак тика	Теор ия	Прак тика	Теор ия	Прак тика	Теор ия	Прак тика
1	Вводное занятие	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
2	Ребусы и шифры	0,5	1,5	0,5	1,5	2	2	1,5	2,5	1	3
3	Алгебраические модели	1,5	2,5	1	3	3	5	2,5	5,5	2	6
4	Логические задачи	0,5	1,5	0,5	1,5	2	2	1	3	1	3
5	Множества и соответствия	0,5	1,5	0,5	1,5	1	3	1	3	1	3
6	Раскраска	1	1	0,5	1,5	2	2	1,5	2,5	1	3
7	Разрезания и конгруэнтность	0,5	1,5	0,5	1,5	2	2	1,5	2,5	1	3
8	Взвешивания и переливания	1	1	0,5	1,5	2,5	1,5	2	2	2	2
9	Инвариант	1	1	1	1	2	2	1,5	2,5	1	3
10	Геометрические задачи	1	1	0,5	1,5	3	5	3	5	3,5	4,5
11	Комбинаторика	1	3	1	3	4	4	3	5	2	6
12	Графы и их свойства	2	2	2	2	4	6	3	7	3	7
13	Делимость	1	3	1	3	3	5	3	5	3	5
14	Арифметика остатков	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
15	Геометрия на клетчатой бумаге	0,5	1,5	0,5	1,5	1	3	2	2	1	3
16	Загадочное число Пи	0,5	1,5	0,5	1,5	0,5	1,5	0,5	1,5	0,5	1,5
17	Специфические методы	0,5	1,5	1	1	2	4	3	3	3	3
18	Принцип Дирихле	2	2	1	3	1	3	1	3	1	3
19	Средние величины	0,5	1,5	0,5	1,5	3	3	3	3	3	3
20	Игры и стратегии	2	2	2	2	3	5	3	5	4	4
21	Игра/Олимпиада	3	7	3	7	3	7	4	6	4	6
22	Разбор задач/ Разнобой	0,5	5,5	2	2	6	10	5	11	5	11

	<b>Итого</b>	<b>24</b>	<b>44</b>	<b>23</b>	<b>45</b>	<b>55</b>	<b>81</b>	<b>51</b>	<b>85</b>	<b>48</b>	<b>88</b>
		<b>68 ч.</b>		<b>68 ч.</b>		<b>136 ч.</b>		<b>136 ч.</b>		<b>136</b>	

#### 1.4 Планируемые результаты

По завершению обучения по Программе учащийся сможет продемонстрировать результаты, представленные в таблице.

<b>По завершению реализации программы</b>	<b>Группа задач</b>	<b>Планируемый результат</b>
	Предметные	<p>Знание классических задач кружкового математического движения.</p> <p>Навыки логического перебора и построения примеров и контрпримеров.</p> <p>Умения строить рассуждения с помощью специальных математических методов и применять их к решению нестандартных задач.</p>
	Метапредметные	<p>Способности к критическому оцениванию.</p> <p>Умения интерпретировать информацию с разных позиций, искать и находить обобщенные способы решения задач.</p> <p>Способность применять полученные знания для развития научно-технического творчества.</p>
	Личностные	<p>Проявляют умения понимать прочитанное, решать поставленные задачи, работать в команде.</p> <p>Имеют способности четко и грамотно формулировать ход своих рассуждений.</p>

**Требования к знаниям и умениям, которые должен приобрести**

обучающийся в процессе занятий по программе:

*знать/понимать*: математические квадраты и другие инварианты; правила суммы и произведения; основы комбинаторики; основы делимости чисел; условие принципа Дирихле; базовые определения теории графов;

*уметь*: осуществлять логический перебор; решать простейшие комбинаторные задачи; раскладывать натуральные числа на простые множители; находить остатки чисел, применять их к решению задач; строить простейшие графы, считать степень вершин графа; использовать полученные знания для составления собственной задачи.

**Компетенции и личностные качества**, которые могут быть сформированы и развиты у детей в результате занятий по программе: формирование умения понимать прочитанное, развитие способностей четко и грамотно формулировать ход своих рассуждений, решать поставленные задачи, уметь работать в команде.

**Метапредметные и предметные результаты**, которые приобретет обучающийся по итогам освоения программы:

– *метапредметные*: развить способность критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций; искать и находить обобщенные способы решения задач; способствовать развитию научно-технического творчества.

– *образовательные*: рассмотреть задачи вводного характера; изучить логику перебора в задачах; научиться строить примеры и контрпримеры; познакомиться с классическими задачами на взвешивание и переливания, с понятием «инварианта» и специальными математическими методами (принцип Дирихле, принцип крайнего, метод математической индукции и др.); изучить интересные геометрические конструкции, основы комбинаторики, теории графов и теории чисел (делимость и остатки), а также научиться применять их к решению нестандартных задач.

## РАЗДЕЛ № 2 «КОМПЛЕКС ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ»

### 2.1 Календарный учебный график

Учебный период	Количество учебных недель	Дата начала учебного периода	Каникулы	
			Продолжительность	Организация деятельности по отдельному расписанию и плану
1 полугодие	15 недель	07 сентября	С 27.12 по 9 января	С 27.12 по 9 января участие в организации новогодних мероприятий



2 полугодие	19 недель	13 января	С 25 мая по 06 сентября.	Работа лагерей с дневным пребыванием детей и загородных детских оздоровительно-образовательных лагерей. Подготовка и участие в конкурсах, выставках, соревнованиях.
-------------	-----------	-----------	--------------------------	---

## 2.2 Формы аттестации и оценочные материалы

Содержание данного раздела Программы представлено в табличной форме:

<b>Вид контроля</b>	<b>Задачи</b>	<b>Временной период</b>	<b>Способы диагностики</b>	<b>Формы фиксации результатов</b>
Входной	Диагностика уровня знаний, творческих способностей ребенка, мотивации к занятиям данным видом деятельности	В начале обучения (Сентябрь – октябрь)	Беседа, анкетирование, наблюдение, выполнение специальных диагностических заданий	Диагностическая карта
Текущий	Оценивание промежуточных результатов освоения обучающимися образовательной программы. Определение уровня освоения обучающимися	В течение учебного года	Математические игры, соревнования.	Учебный журнал, «плюсник»

	раздела (темы) образовательной программы для перехода к изучению нового раздела учебного материала.			
Промежуточный	Оценка уровня теоретической и практической подготовки учащихся, заявленных в образовательной программе.	Один раз в полугодие: по итогам первого полугодия и учебного года (промежуточная аттестация) (декабрь, апрель – май)	Математические соревнования, игры.	Учебный журнал, «плюсник», диагностические карты, списки на зачисление по итогам учебного года
Итоговый	Оценка качества усвоения учащимися содержания образовательной программы	По завершении всего образовательного курса в целом.	Математические тесты, олимпиады, проверочные работы, фестивали.	Учебный журнал, диагностические карты, «плюсник», свидетельство о доп. образовании.

Входная диагностика, итоговая и промежуточная аттестация проходит в формате математических игр, олимпиад, проверочных работ.

**Формы отслеживания и фиксации образовательных результатов:** журнал посещаемости, «Плюсник математического кружка», грамота, маршрутный лист, материал анкетирования и тестирования, отзыв детей и родителей, свидетельство (сертификат) и др.

**Формы предъявления и демонстрации образовательных результатов:**

Математическое соревнование, игра, олимпиада, выставка, демонстрация моделей, фестиваль головоломок и др. Правила типичных математических соревнований описаны в Приложении.

**Оценочные материалы** – пакет диагностических методик, позволяющих определить достижение учащимися планируемых

результатов (ФЗ № 273, ст.2, п.9; ст. 47, п.5). Примеры оценочных материалов в формате математических игр и олимпиад предложены в Приложении.

При оценке образовательных результатов используются следующие характеристики:

5 – Высокий уровень (отлично)	– обучающийся самостоятельно выполняет все задачи на высоком уровне, его работа отличается оригинальностью идеи, грамотным исполнением, творческим подходом.
4 - Средний уровень (хорошо)	– обучающийся справляется с поставленными перед ним задачами, но прибегает к помощи преподавателя. Работа выполнена, но есть незначительные ошибки.
3 – Низкий уровень (удовлетворительно)	– обучающийся выполняет задачи, но делает грубые ошибки. Для завершения работы необходима постоянная помощь преподавателя.

### 2.3 Условия реализации Программы:

#### ***- материально-технические условия реализации Программы***

Занятия математического кружка проходят в кабинете 502, оборудованном компьютером с выходом в Интернет, интерактивной доской, проектором. Внеаудиторная деятельность организуется с использованием сайта ДТДиМ и платформы «Дворец Онлайн».

#### ***- информационное обеспечение Программы***

Программа обеспечена методическими материалами серии «Школьные математические кружки», а также списком основной и дополнительной литературы, указанных в пункте 2.4. Кроме того, в программе большое внимание уделяется современным цифровым образовательным платформам и интернет-ресурсам, перечисленных в пункте 2.4.

#### ***- кадровое обеспечение Программы***

Шпак Елена Вячеславовна, педагог дополнительного образования.  
Образование: высшее.

#### ***- методическое обеспечение Программы***

Краткое описание методики работы по программе:

#### ***- Описание методов обучения и воспитания.***

Используются словесный, объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, частично-поисковый, проблемный, игровой методы, а также методики упражнений, мотивации, приведения примеров и контр примеров.

- Описание используемых педагогических технологий и их назначение.

Применяются такие педагогические технологии как технология индивидуализации обучения, технология группового обучения, технология коллективного взаимообучения, технология дифференцированного обучения, технология проблемного обучения, технология игровой деятельности, технология развития критического мышления. Данные технологии направлены на решение поставленных задач.

Формы реализации: игра, конкурс, лекция, мастер-класс, «мозговой штурм», наблюдение, олимпиада, открытое занятие, посиделки, праздник, практическое занятие, презентация, соревнование, творческая мастерская, турнир, фестиваль, чемпионат, экскурсия, эксперимент.

- Описание дидактических материалов, используемых на учебных занятиях.

На занятиях используются «листки» с подобранными задачами. Кроме того, для заданий, требующих специальные действия «разрезания» или «раскраски» предполагается специальный раздаточный материал. Иллюстрация упражнений, по возможности, происходит с помощью электронных образовательных ресурсов и современных графических программ.

- Алгоритм учебного занятия.

Занятия проходят по классической системе «листочков».

На каждом занятии будет

- задача геометрического характера;
- задачи на внимание, смекалку;
- изучение нового материала и/или совместное решение задач;
- самостоятельное решение задач.

Домашнее задание – готовые тексты нестандартных задач из различных источников, головоломки; более успешным ребятам - индивидуальные задания.

## **2.4 Список литературы.**

*Для педагогов* (указаны источники, используемые при разработке образовательной Программы).

1. Агаханов Н.Х., Подлипский О.К., Математика. Муниципальные олимпиады Московской области. Москва: «МЦМНО», 2019.
2. Агаханов Н.Х., Подлипский О.К., Математика. Районные олимпиады. 6-11 классы, Москва: «Просвещение», 2010.
3. Арутюнян Е., Ленвитас Г., Занимательная математика 1-5 классы, Москва: «АСТ-ПРЕСС», 1999.
4. Баранова Т.А., Олимпиада для 5-6 классов. Весенний Турнир Архимеда, Москва: МЦМНО, 2003.
5. Богомолова О.Б., Логические задачи, Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.

6. Бураго А., Дневник математического кружка: первый год занятий, МЦМНО, 2019.
7. Все задачи «Кенгуру», Санкт – Петербург, 2003.
8. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В., Ленинградские математические кружки, Киров, 1994.
9. Заболотнева Н.В., Олимпиадные задания по математике 5-8 классы, Волгоград: «Учитель», 2005.
10. Кривоногов В.В., Нестандартные задания по математике 5-11 классы, Москва: «Первое сентября», 2002.
11. Крижановский А.Ф., Математические кружки. 5-7 классы, «Илекса», 2016.
12. Математика. Интеллектуальные марафоны, турниры, бои. 5-11 классы, Общая редакция И.Л. Соловейчик, Москва: «Первое сентября», 2003.
13. Поисковые задачи по математике 4-5 класс под ред. Ю.М. Колягина. Москва: «Просвещение», 1979.
14. Пчелинцев Ф.А., Чулков П.В., Математика 5-6 класс. Уроки математического мышления, Москва: «Издат - школа 2000».
15. Серия «Школьные математические кружки», МЦМНО.
16. Спивак А.В., Математический кружок 6-7 классы, Москва: Посев, 2003.
17. Спивак А.В., Тысяча и одна задача по математике, Москва: «Просвещение», 2002.
18. Фарков А.В., Учимся решать олимпиадные задачи. Геометрия 5-11 классы, Москва: АЙРИС ПРЕСС, 2007.
19. Фарков А.В. Математические олимпиады в школе 5-11 класс, Москва: АЙРИС ПРЕСС, 2003.
20. Фарков А.В., Математические олимпиады в школе 5-11 класс, Москва: АЙРИС ПРЕСС, 2005.
- 21.
22. Фарков А.В., Математические олимпиады, Москва: ВЛАДОС, 2004.
23. Цукаръ А.Я., Развитие пространственного воображения, Санкт-Петербург: «Издательство СОЮЗ», 2000.
24. Шарьгин И.Ф., Математика. Задачи на смекалку, Москва: «Просвещение», 2001.
25. Шевкин А.В., Школьная олимпиада по математике, Москва: «Русское слово», 2002.

*Для обучающихся и родителей* (указаны источники, рекомендуемые для изучения, ознакомления и способствующие обогащению, овладению определенным уровнем знаний).

1. Балаян Э.Н., 1000 лучших олимпиадных и занимательных задач по математике 5-11 классы, «Феникс», 2018.
2. Блинков А.Д., Учимся на чужих ошибках, «МЦМНО», 2019.
3. «Квантик». Журнал для любознательных

4. Кордемский Б.А., Математическая смекалка. Лучшие логические задачи, головоломки и упражнения, «АСТ», 2018.
5. Перельман Я.И., Живая математика, «Аванта», 2017.
6. Перельман Я.И., Математические головоломки, «Аванта», 2020.
7. Шихова Н.А., Математика: как стать внимательнее и избежать ошибок, «Илекса», 2020.

***Интернет-ресурсы для детей, их родителей и педагогов:***

1. База задач олимпиадного и занимательного характера <http://www.problems.ru/>
2. Библиотека математической литературы <http://www.math.ru/>
3. Интерактивный проект о математике и её приложениях «Математические этюды» <http://www.etudes.ru/>
4. Проект «Дети и наука» <http://childrenscience.ru>
5. Материалы международного математического конкурса-игры «Кенгуру» <http://www.kenguru.sp.ru/>
6. Онлайн-курсы от ОЦ «Сириус» <http://edu.sirius.online/>
7. Проект «Карусель-кружок» <http://karusel.desc.ru/krugok>
8. Электронные образовательные ресурсы «Яндекс.Учебник», «УЧИ.РУ», «ЯКласс», «Дворец Онлайн».

## **2.5 Приложения к Программе**

Описание математических игр и соревнований (Приложение 1)

Примеры оценочных материалов в форме математического квадрата (Приложение 2) математической карусели (Приложение 3), математического домино (Приложение 4), письменной олимпиады (Приложение 5) и математической абаки (Приложение 6).

## Приложение 1

### Описание математических игр и соревнований

Математические конкурсы, соревнования и олимпиады пользуются огромным успехом как у детей, так и у преподавателей. В нашем кружке школьники с удовольствием и азартом сражаются в нескольких излюбленных видах командных соревнований. Мы регулярно проводим математические квадраты, математические хоккеи, математические домино и карусели.

**Математическая абака** – это соревнование, в ходе которого игроки разделяются на команды по 3-4 человека. Каждая команда сразу получает условия всех задач. Задачи разделяются по 5 темам, в каждой теме находится по одной задаче каждого из 5 уровней сложности: в 1, 2, 3, 4 или 5 баллов.

Сдавать каждую задачу можно только с одной попытки — если она решена неправильно, то она больше не засчитывается. Баллы начисляются за правильно решённые задачи в зависимости от их сложности. Также существуют бонусы по 5 баллов за все правильно решённые задачи каждой темы и по X баллов за правильно решённые задачи всех тем сложности X. На игру отводится ровно 90 минут, после чего побеждает команда, набравшая большее количество баллов.

**Математический квадрат** – это упрощенный вариант математической абаки. Играется в формате 3 на 3 (3 темы, 3 уровня сложности), либо 4 на 4 (4 темы, 4 уровня сложности).

**Математическое домино** – это командное соревнование по решению задач. Играется командами по 3–5 человек. Задачи напечатаны на карточках-домино. Изначально все карточки лежат на столе жюри задачами вниз, то есть участники могут видеть только изображения костей домино, но не текст задач. В начале игры к столу жюри подходят по одному представителю команд и берут по две задачи. У команды есть 2 попытки сдать ответ задачи. Если правильный ответ дан с первой попытки, то команда получает количество баллов, равное сумме очков доминошки, на которой написана задача. Если правильный ответ дан со второй попытки, то команда получает количество баллов, равное большему числу из написанных на доминошке. Если со второй попытки снова дан неправильный ответ, то у команды вычитается количество баллов, равное меньшему числу из написанных на доминошке. Сдавая ответ на задачу

(неважно, какая попытка и верен ли ответ), команда может взять условие любой другой задачи из тех, которые она еще не решала. Таким образом, в каждый момент времени у команды на руках может быть несколько задач. Особая ситуация с карточкой 0:0. На решение этой задачи дается всего одна попытка. Но за правильный ответ дается 10 баллов.

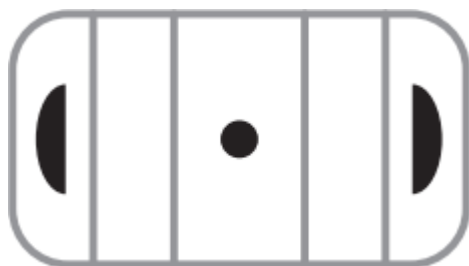
У каждой команды — свой набор листочков с условиями задач. Сами задачи у всех одинаковые, но команды получают задачи независимо друг от друга. Игра заканчивается, когда у команды не осталось задач, которые она еще не решала, или истекло время, отведенное на игру. Выигрывает команда, набравшая наибольшее количество баллов.

**Математическая карусель** – это командное соревнование в решении заданий. Всем командам, участвующим в карусели, предлагаются в строгом порядке одни и те же вопросы, к которым нужно указывать верные ответы.

Во время игры команда получает задание, решает ее и дает ответ. Независимо от результата (верный ответ или нет), команда получает следующее задание. И так далее. Первая задача стоит 3 балла. Если к задаче дан верный ответ, то команда получает ее стоимость, а следующая задача будет стоить на 1 балл больше. Если на задачу дан неверный ответ, то команда получает за решение 0 баллов, а следующая задача будет стоить на 3 балла меньше, но не менее 3 баллов. Время на решение каждого задания не ограничено, определено только общее время проведения карусели. Процесс решения для команды заканчивается, если она прошла все задачи или если закончилось время на решение.

Система подсчета баллов такова, что не обязательно решить много задач. Таким образом, важно дать много верных ответов подряд. Места распределяются согласно количеству набранных баллов. Если команды имеют равное количество баллов, то выше ставится та, у которой больше верных ответов.

**Математический хоккей** — это динамичное соревнование двух команд с простыми правилами. Цель игры такая же, как и в обычном хоккее: забить как можно больше голов в ворота соперника. Но в математическом



хоккее каток, шайба и ворота не настоящие: они нарисованы на доске. Чтобы забить гол, надо успешно решать задачи, которые вбрасывает в игру судья.

Игра состоит из коротких раундов, которые проводятся так. Сначала каждая команда выдвигает своего представителя



(защитника), который будет защищать ворота в этом раунде. Затем преподаватель — он же судья — зачитывает условие задачи. Оба кружковца начинают работать над задачей, не прибегая к помощи своих команд. Тот, кто решил задачу первым, громко объявляет ответ. Если ответ верный, команда этого игрока выигрывает раунд. В противном случае выигрыш присуждается другой команде, и при этом она не должна объявлять свой ответ. (Это правило очень важно — оно работает против привычки некоторых детей выдавать ответы быстро и неправильно.) Может случиться, что за отведённое время (минута или две) ни один защитник не решит задачу. Тогда судья обращается за помощью к командам: он объявляет, что команды должны написать на бумаге правильный ответ и показать его судье. Если обе команды имеют ответ, то обе получают по очку и шайба остаётся на месте.

Если же одна из команд ошиблась, то шайба передвигается ближе к её воротам. Возможность помощи защитнику оживляет игру и побуждает всю команду решать задачи. Ещё одно важное правило заключается в том, что время у доски должно быть равномерно распределено между всеми участниками игры. Ни один участник не может выходить к доске второй раз, пока все члены его команды не выступили по одному разу, не может выходить третий раз, пока все остальные не выступили по два раза, и так далее. Команда, выигравшая раунд, перемещает шайбу в следующую зону — ближе к воротам соперника. Когда шайба попадает в зону ворот, засчитывается гол. Шайба возвращается в центр, и игра продолжается. Команды сражаются до тех пор, пока у судьи не заканчиваются задачи или не истекает время. Выигрывает команда, забившая больше голов.

**Математическая олимпиада** — это индивидуальное математическое соревнование. Устраивать олимпиады на каждом занятии не стоит, но проводить их время от времени очень полезно по ряду причин. Дети сосредоточенно решают задачи все отведённое время. Не приходится удивляться, что уровень их вовлечённости гораздо выше, чем на обычном занятии. Дети любят соревноваться и получать призы. Поэтому олимпиады — это и событие в жизни кружка, и развлечение, и дополнительный стимул к учёбе. Для преподавателя олимпиада — отличная возможность узнать о сильных и слабых сторонах каждого участника и оценить успешность кружка в целом.

## Приложение 2

### Пример математического квадрата

Баллы Тема	1	2	3
<b>Алфавит</b>	<p>В примере</p> $A + A + BB = BVB$ <p>Различные буквы заменяют различные цифры. Какую цифру заменяет буква А?</p>	<p>Девочка заменила каждую букву в своем имени ее номеров в русском алфавите и получила число 2011533. Как ее зовут?</p>	<p>Алфавит племени Мат-и-Матиков состоит из трех букв А, Б, и В. Словом называется любой набор на более, чем из 4 букв. Сколько слов в языке Мат-и-Матиков?</p>
<b>Логика</b>	<p>Трое ребят увидели на дереве птичку. Саша думает, что эта птичка – рыжий выюрок, Паша считает её жёлтым щеглом, а Маша – жёлтым чижом. Подошедший учитель объяснил ребятам, что каждый из них верно угадал либо название, либо цвет птички. Назовите птичку и её цвет</p>	<p>Учительница решила выяснить возраст Пеппи Длинный чулок. Томми говорит, что Пеппи меньше 10 лет, а Анника – что меньше 9 лет.</p> <p>Сколько лет Пеппи, если ровно один из них ошибся?</p>	<p>В одной коробке лежат два белых шара, в другой – два чёрных, а в третьей – один белый и один чёрный. На каждой коробке висит табличка, указывающая её состав: ББ, ЧЧ, БЧ. Но какой-то шутник перевесил таблички так, что теперь каждая из них указывает состав коробки неправильно. Какое наименьшее число извлечений шаров (и из каких коробок) потребуется, чтобы определить состав всех коробок?</p>
<b>Геометрия</b>	<p>Сколько четырехугольников изображено на рисунке?</p> 	<p>В кубе с ребром 3 см проделали три сквозных отверстия со стороной 1 см.</p>  <p>Найдите объем оставшейся части.</p>	<p>Прямоугольник <math>ABCD</math> разрезали на квадраты так, как показано на рисунке.</p>  <p>Сторона наименьшего квадрата 6 см. Найдите периметр прямоугольника <math>ABCD</math>.</p>

Бонусные баллы: по 3 балла за все правильно решённые задачи каждой темы и по X баллов за правильно решённые задачи всех тем сложности X.

*Пример подсчета баллов.*

**команда «Счетоводы»**

<b>Баллы</b> <b>Тема</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>Алфавит</b>	+	+	+
<b>Логика</b>	-	+	-
<b>Геометрия</b>	-	+	-

Команда получает баллы за решенные задачи (1+2+3+1+1), а также 3 балла за правильно решенные задачи темы «Алфавит» и дополнительные 2 балла за правильно решенные задачи второго уровня. Итого: 13 баллов.

Приведенный материал можно использовать в качестве оценочного для кружковцев 1 года обучения.

Ответы на предложенные задачи.

<b>Баллы</b> <b>Тема</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>Алфавит</b>	6	Таня	120
<b>Логика</b>	жёлтый выюрок	9	1 шар из БЧ
<b>Геометрия</b>	8	20	141

## Приложение 3

### Пример математической карусели

<b>1</b>	В магазине фундук продают в пачках по 105 г., а фисташки в пачках по 120 г. Какое наименьшее количество пачек орехов надо купить, чтобы фундука и фисташек было поровну (по массе)?
<b>2</b>	Сколько чисел от 1 до 100, у которых в разложении на простые множители число 3 входит нечётное число раз?
<b>3</b>	Число 899 представили в виде произведения двух натуральных чисел. Чему равна сумма этих двух множителей?
<b>4</b>	После урока о простых числах семиклассник Сережа поделился с учителем гипотезой: если число $P$ простое, то число $2P + 1$ тоже простое. Верна эта гипотеза или нет? Если нет, то какое наименьшее число $P$ можно привести в качестве контрпримера?
<b>5</b>	В доме у сороконожки 30 ящичков с носками. Всего 199 носков. В некоторых ящичках лежит по $N$ носков, а в остальных — по 5 носков. Чему равно $N$ ?
<b>6</b>	Маша проверяет, какие натуральные числа от 1 до 100 имеют ровно 3 делителя. Сколько таких чисел должна обнаружить Маша?
<b>7</b>	В ряд выписано $N$ чисел, каждое следующее число на 6 больше предыдущего. Любые два выписанных числа взаимно простые. При каком наибольшем $N$ такое возможно?
<b>8</b>	Число 90000 представили в виде произведения двух натуральных чисел. Сумма этих множителей равна 1923. Найдите меньший из этих множителей.
<b>9</b>	Какое наибольшее количество цифр может быть в числе, в котором среди любых двух соседних цифр одна из них делится на другую и никакие цифры не повторяются?
<b>10</b>	Найдите наибольшее число, в котором среди любых двух соседних цифр одна из них делится на другую и никакие цифры не повторяются.
<b>11</b>	Произведение возрастов троих людей из семьи равно 2020. Какой может быть сумма их возрастов, если известно, что самому старому человеку на земле было 146 лет, а в этой семье всем больше года?

12	Васенька вырезали из клетчатой бумаги 3 фигуры, состоящие из целых клеток, первая состоит из 24 клеток, вторая — из 120, третья — из 126. Затем каждую фигуру он порезал по границам клеток на части, при этом все получившиеся части (в том числе от разных фигур) оказались равными. Какое минимальное количество частей могло получиться у Васеньки?
13	Гриша в каждой вершине куба записал натуральное число, большее 1. Любые два числа, расположенные на концах одного ребра, взаимно простые. Какое наименьшее значение может иметь сумма чисел, записанных Гришей?
14	Гриша в каждой вершине куба записал натуральное число. Среди этих чисел нет равных, а любые два числа, расположенные на концах одного ребра, взаимно простые. Какое наименьшее значение может иметь сумма чисел, записанных Гришей?
15	Данила несколько дней гостил у бабушки. Каждый из этих дней он решал задачи, причём каждый день больше, чем в предыдущий. В последний день он решил в 3 раза больше задач, чем в первый. Если перемножить его каждодневные результаты, то получится 810. Сколько всего задач решил Данила за эти дни?
16	Олег перемножил 2020 подряд идущих натуральных чисел (не обязательно начиная с 1) и получил число $S$ . Затем число $S$ разложили на простые множители. В какой минимальной степени в этом разложении число 3?
17	Барон Мюнхгаузен рассказал своему слуге, что во время путешествия перепрыгнул реку шириной 7 метров. Тот рассказал другому слуге о реке шириной 14 метров. Дальше каждый слуга, передавая эту новость, увеличивал ширину реки в 2 раза или 3 раза. В итоге один из слуг пересказал Барону рассказ о реке шириной 108864 метров. Сколько слуг передавали эту новость?
18	Про некоторое натуральное число сделали 5 утверждений: (1) «оно делится на 15», (2) «оно делится на 25», (3) «оно делится на 33», (4) «оно делится на 55», (5) «оно делится на 165». Известно, что четыре утверждения верны, а одно — нет. Какое из этих утверждений неверно?

Задания заимствованы из [karusel.desc.ru](http://karusel.desc.ru) и подойдут для кружковцев 4 года обучения.

## Приложение 4

### Пример математического домино

Правила математического домино описаны в Приложении 1. Задачи подойдут для кружковцев 3 года обучения.

**(0:0)** Какое наименьшее количество клеток квадрата  $5 \times 5$  можно закрасить так, чтобы в любом четырёхклеточном многоугольнике было хотя бы две закрашенных клетки? Приведите пример такой раскраски. (проверить пример на 16 закрашенных)

**(0:1)** Васиного отца зовут Иван Николаевич, а дедушку Семен Петрович. Какое отчество у Васиной мамы? (Семеновна)

**(0:2)** Если сейчас сентябрь, то какой месяц будет через 2014 месяцев? (июль)

**(0:3)** У женщины спросили: "Сколько Вам лет?". Она ответила: "30, не считая суббот и воскресений". Сколько ей лет? (42 года)

**(0:4)** Плиточник может выложить пол комнаты, имеющей квадратную форму, квадратной плиткой, и ему не понадобится ни одну из них разрезать. Сначала, он положил плитки по краям комнаты, и на это у него ушло 56 плиток. Найдите, сколько всего ему надо иметь плиток, чтобы покрыть весь пол. (225)

**(0:5)** Для нумерации страниц книги (начиная с первой страницы) потребовалось 999 цифр. Сколько страниц в книге? (370)

**(0:6)** Найдите следующее за 2014 натуральное число, оканчивающееся на 2014 и кратное 2014. (10072014)

**(1:1)** В дремучем лесу вот уже более 1000 лет живет Волшебная ёлка. Известно, что каждое утро на ней вырастают 100 иголок и каждая иголочка живет ровно 4 года, а затем отмирает. Сколько же сегодня иголок на Волшебной ёлке? (146100)

**(1:2)** 14 ребят отправились в лодочный поход. У четверых из них вместе с ними в походе участвовало трое братьев, у шестерых ребят в походе было по 2 брата, еще было двое ребят, вместе с которыми в поход отправилось по одному брату. И только у двоих ребят не было ни одного брата в этом походе. Сколько всего матерей дожидалось возвращения своих детей из похода? (6)

**(1:3)** Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в 10-м подъезде в квартире № 333, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом девятиэтажный. На какой этаж ему следует подняться? (На каждом этаже число квартир одинаково, и в каждом подъезде одинаковое число этажей, номера квартир в доме начинаются с единицы.) (на 3м этаже)

**(1:4)** Доску  $9 \times 9$  покрасили шахматной раскраской так, что угловые клетки оказались черными. Каких трехклеточных уголков на такой доске больше: тех, у которых есть две белые клетки или тех, у которых есть две черных клетки? На сколько больше? (поровну)

**(1:5)** Четверо толстяков участвовали в соревновании на звание самого тяжелого. Первый, второй и третий толстяки вместе весят в четыре раза больше четвертого. Второй, третий и четвертый вместе весят в три раза больше первого. И, наконец, первый, третий и четвертый вместе весят в два раза больше второго. Кто на каком месте оказался в этом соревновании? (Ответ 1 место – второй, 2ое место – первый, 3е место – третий, 4ое место – четвертый)

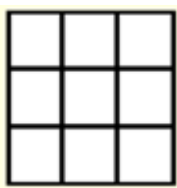


**(1:6)** Сколько треугольников изображено на рисунке? (17)

**(2:2)** На краю пустыни поселились Пожиратели Песка. Appetit у них отменный: два Пожирателя могут съесть 2 тонны песка за 2 дня. Сколько песка могут съесть 6 Пожирателей за 6 часов, если аппетит у них будет тот же самый? (0.75 тонн)

**(2:3)** На планете Урап один год длится 18 месяцев, и каждый месяц длится 10 дней. Каждый 7-ой год високосный год (этот год на один день длиннее, чем другие), в этот год третий месяц имеет 11 дней. Каждая неделя состоит из пяти дней: Лунный, Солнечный, Земной, Ураповый, Прогулочный день. Дурап, один из жителей планеты Урап, родился в Ураповый день, в первый день четвертого месяца високосного года. В какой день недели он будет праздновать свое 15-летие? (Лунный день)

**(2:4)** Составьте из 12 единичных квадратиков фигуру, на которой будет изображено 18 квадратов. (проверить)



**(2:5)** Окно в комнате Кости имеет квадратную форму и разделено на  $3 \times 3$  маленьких секций. Костя хочет покрасить три секции желтой краской. Но он хочет покрасить их так, чтобы окно смотрелось одинаковым, если смотреть на него снаружи или изнутри. Сколько всего способов покрасить свое окно есть у Кости? (10 способов)

**(2:6)** Назовём натуральное число замечательным, если оно самое маленькое среди натуральных чисел с такой же, как у него, суммой цифр. Найдите 10-ое по счёту замечательное число. (19)

**(3:3)** Шесть команд: А, Б, В, Г, Д и Е соревнуются между собой по волейболу. Вася предсказал такой результат соревнований (начиная с первого места): А, Д, В, Г, Е, Б, а Петя такой: В, Б, Г, А, Д, Е. Каждый из них угадал правильные места только для трех команд. Найдите все варианты, как могло закончиться соревнование. (АБВГДЕ, ВДГАЕБ)

**(3:4)** На острове рыцарей и лжецов (рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут) в некоторой компании из 10 человек один сказал: «Среди нас 1 рыцарь»; двое

других сказали: «Среди нас два рыцаря»; ещё трое сказали: «Среди нас три рыцаря»; последние четверо сказали: «Среди нас четыре рыцаря». Сколько лжецов могло быть в этой компании (укажите все возможности)? (6, 7, 8, 9, 10)

**(3:5)** Найдите все решения ребуса  $6 * \text{ТУР} + \text{НИР} = 2014$  (как обычно, одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные). (Ответ:  $6 \times 172 + 982 = 2014$ ,  $6 \times 192 + 862 = 2014$ )

**(3:6)** Вырежьте из квадрата  $7 \times 7$  одну клетку так, чтобы оставшуюся часть можно было замостить одинаковыми фигурками из четырех клеток (на ваш выбор). Приведите пример замощения. (Пример проверять! Режется, например, на L-тетрамино.)

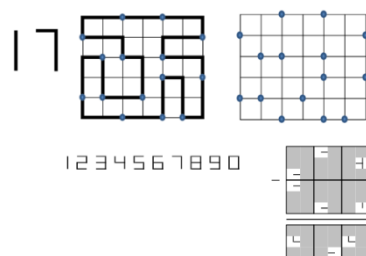
**(4:4)** У Васи есть 4 одинаковых прямоугольника с наименьшей стороной в 1 см. Известно, что он может хотя бы четырьмя способами сложить из них один прямоугольник. Найдите все варианты, чему может быть равна вторая сторона прямоугольника. Два способа сложить считаются различными, если из нельзя наложить так, чтобы совпали линии стыков. (2 см и 3 см)

**(4:5)** Петя покрасил каждую грань кубика в красный или синий цвет. Он сделал это всеми различными способами. Сколько разных кубиков у него получилось? (10)

**(4:6)** Назовем неотрицательное целое число зеброй, если в его записи строго чередуются четные и нечетные цифры. Придумайте три такие 10-значные зебры, что разность двух из них равна третьей. (проверять, например,  $5050\dots50 - 2525\dots25 = 2525\dots25$ )

**(5:5)** На маскараде ежик встретил переодетых льва, шакала и жирафа. Еж знает, что шакал всегда лжет, лев — говорит правду, а жираф дает честный ответ, но на предыдущий заданный ему вопрос (а на первый вопрос отвечает как попало). Сначала еж получил от среднего и правого ответы на вопрос «Самый левый — шакал?», потом — от среднего и левого на вопрос «Самый правый — шакал?». По ответам ежу стало понятно про всех троих, кто есть кто.

Через неделю еж помнил только, что один из ответов был «нет», остальные — «да». Определите, кто шакал. (Средний)



**(5:6)** Постройте из цифр 1 и 7 замкнутую цепочку. Все места, где цифры стыкуются, отмечены. Цифры можно поворачивать и переворачивать.

**(6:6)** Приведен пример на вычитание в столбик. Все цифры имеют написание, как в образце. Частично цифры стерты — от каждой оставлен только небольшой фрагмент. Необходимо восстановить пример. ( $923 - 394 = 529$ )



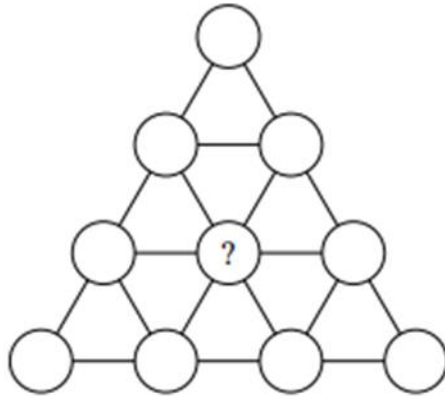
## Приложение 5

### Пример письменной олимпиады

**Задача 9.1.** В блокноте нарисована треугольная сетка (см. рисунок). Таня расставила в узлы сетки целые числа. Назовём два числа *близкими*, если они находятся в соседних узлах решётки. Известно, что

- сумма всех десяти чисел равна 43;
- сумма любых трёх чисел таких, что любые два из них близки, равна 11.

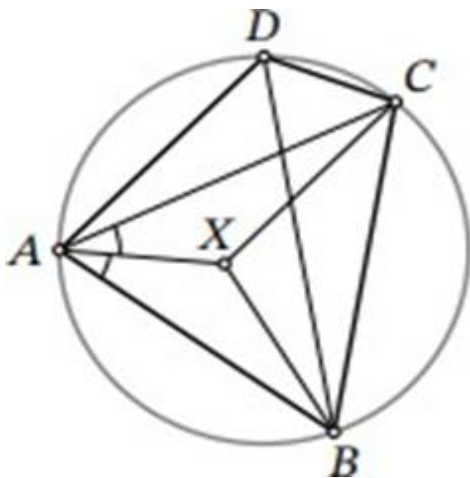
Чему равно центральное число?



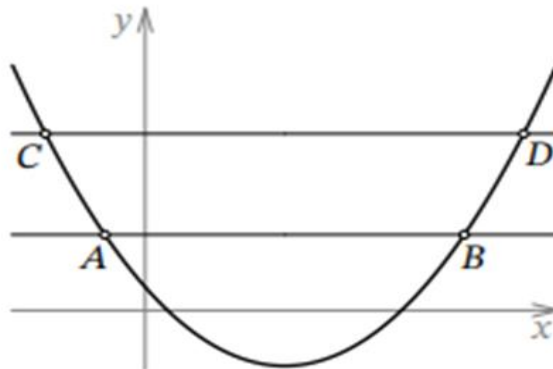
**Задача 9.2.** Наименьшее общее кратное четырёх попарно различных чисел равно 165. Какое максимальное значение может принимать сумма этих чисел?

**Задача 9.3.** Учитель написал на доске дробь, у которой числитель и знаменатель — натуральные числа. Миша прибавил к числителю данной дроби 30 и записал полученную дробь к себе в тетрадь, а Лёша вычел из знаменателя дроби, записанной на доске, 6 и также записал полученную дробь к себе в тетрадь. Дроби, записанные мальчиками, оказались равны одному и тому же числу. Что это за число?

**Задача 9.4.** Дан вписанный четырёхугольник  $ABCD$ . Известно, что  $\angle ADB = 48^\circ$ ,  $\angle BDC = 56^\circ$ . Внутри треугольника  $ABC$  отмечена точка  $X$  так, что  $\angle BCX = 24^\circ$ , а луч  $AX$  является биссектрисой угла  $BAC$ . Найдите угол  $CBX$ .



**Задача 9.5.** На доске нарисован график функции  $y = x^2 + ax + b$ . Юля нарисовала на том же чертеже две прямые, параллельные оси  $Ox$ . Первая прямая пересекает график в точках  $A$  и  $B$ , а вторая — в точках  $C$  и  $D$ . Найдите расстояние между прямыми, если известно, что  $AB = 5$ ,  $CD = 11$ .



**Задача 9.6.** На прямой отметили две красные точки и несколько синих. Оказалось, что одна из красных точек содержится ровно в 56 отрезках с синими концами, а другая — в 50 отрезках с синими концами. Сколько синих точек отмечено?

**Задача 9.7.** На координатной плоскости отмечены точки  $O(0; 0)$ ,  $A(5; 0)$ ,  $B(0; 4)$ . Прямая  $y = kx + b$  такова, что для любой точки  $M$  на этой прямой площадь четырехугольника  $AOBM$  равна 20. Чему равно  $k$ ?

**Задача 9.8.** Юный энтомолог Дима наблюдает за двумя кузнечиками. Он заметил, что когда кузнечик начинает прыгать, он прыгает на 1 см, через секунду на 2 см, ещё через секунду на 3 см и т.д.

Сначала оба кузнечика сидели в одном месте. Один из них начал прыгать, а через несколько секунд вслед за первым начал прыгать второй (кузнечики прыгают по прямой в одном направлении). В какой-то момент Дима записал в тетрадку, что расстояние между кузнечиками равно 9 см. Несколько секунд спустя он записал, что расстояние между кузнечиками стало 39 см. Сколько секунд прошло между записями? (Укажите все возможные варианты.)

Представленные задачи взяты из Пригласительного школьного этапа ВсОШ и подойдет для кружковцев 5 года обучения. Ответы и разборы задач можно найти на страниц <https://sochisirius.ru/obuchenie/distant/smena635/3092>



